УДК 328.16:681.3

ИНТЕРАКТИВНЫЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТРЕНАЖЕРЫ ПО ИНТЕГРАЛЬНОМУ ИСЧИСЛЕНИЮ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

В.В. Клыков, А.А. Ельцов, К.Г. Шатлов

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
E-mail: reddvl@mail.ru, yeltsovaleks@mail.ru, frodo@ms.tusur.ru

Рассматриваются интерактивные компьютерные тренажеры по интегральному исчислению и дифференциальным уравнениям. Показана математическая модель, структура и особенности представления, ввода и анализа математических данных.

Самостоятельная работа студентов любых форм обучения требует наличия средств облегчающих изучение материала. Одним из инструментов при организации самостоятельной работы являются электронный обучающий курс (ЭОК). Формой обучения, основанной на самостоятельной работе, является заочное образование, в том числе и дистанционное.

Дистанционное образование как общественный институт возникло давно и в настоящее время прочно вошло в жизнь как способ получения основного образования и переквалификации в западных странах. В России завершается этап становления дистанционного образования характеризующийся наличием большого числа организаций предлагающих получение образования с использование дистанционных технологий обучения. Так же просматривается тенденция внедрения дистанционных технологий в процесс очного обучения в качестве технического и методического обеспечения самостоятельной работы студента. Одним из ключевых инструментов дистанционных образовательных технологий является ЭОК или «электронный учебник».

Современный электронный обучающий курс это сложный многокомпонентный комплекс способный решать широкий круг задач. В состав ЭОК входят:

- гипертекстовые лекционный курс и задачник с большим количеством решённых примеров (практикум);
- блоки виртуальных лабораторных работ и стендов; тестирования и анализа выполнения контрольных работ; генерации заданий для курсового проектирования; обеспечения справочной информацией (в т.ч. глоссарий); презентаций докладов, видео фильмов, мультимедийных вставок и пр. мультимедийной обучающей информации.

Так как ЭОК призван в максимально возможной степени заменить настоящего преподавателя, он должен обладать высокой степенью интерактивности. Обратная связь осуществляется посредством анализа действий студента в процессе работы с учебником и его компонентами и выражается в структурированной и дозированной подаче учебного материала, адаптивном тестировании и автоматизированном контроле успеваемости студента. Наибольшая доля интерактивности выпадает на «интерактивные компьютерные тренажеры» (ИКТ) – компоненту ЭОК, предназначенную для изучения и закрепления различных практических навыков (усвоение алгоритма, тренаж в решении задач и т.д.) Сложность представления практического материала кроется в том, что именно практические занятия характеризуются максимальным взаимодействием студента и преподавателя. Студент выполняет задания преподавателя не для оценки, а для того, чтобы научиться, «набить руку». Поэтому, со стороны преподавателя необходим постоянный контроль каждого этапа работы студента; более того контроль сопровождается подсказками, рекомендациями, поправками и исправлениями. Зачастую преподаватель демонстрирует решение сам.

Создание ИКТ сложный процесс, требующий высокой квалификации программистов и детально проработанных сценариев работы тренажеров, предоставляемых методистами. Практика показывает, что доля современных электронных учебников, в составе которых есть интерактивные компьютерные тренажеры, все еще очень мала [1]. Полноценные тренажеры должны сочетать в себе функции учителя, демонстратора и контролера и обеспечивать:

- демонстрацию решения;
- режим обучения (пошагового решения), в котором работа студента контролируется и направляется на каждом шаге решения; выводятся подсказки, и производится коррекция неверных шагов;
- режим контроля, в котором тренажер не вмешивается в решение и констатирует только результат.

В круг задач, решаемых интерактивными компьютерными тренажерами, входят:

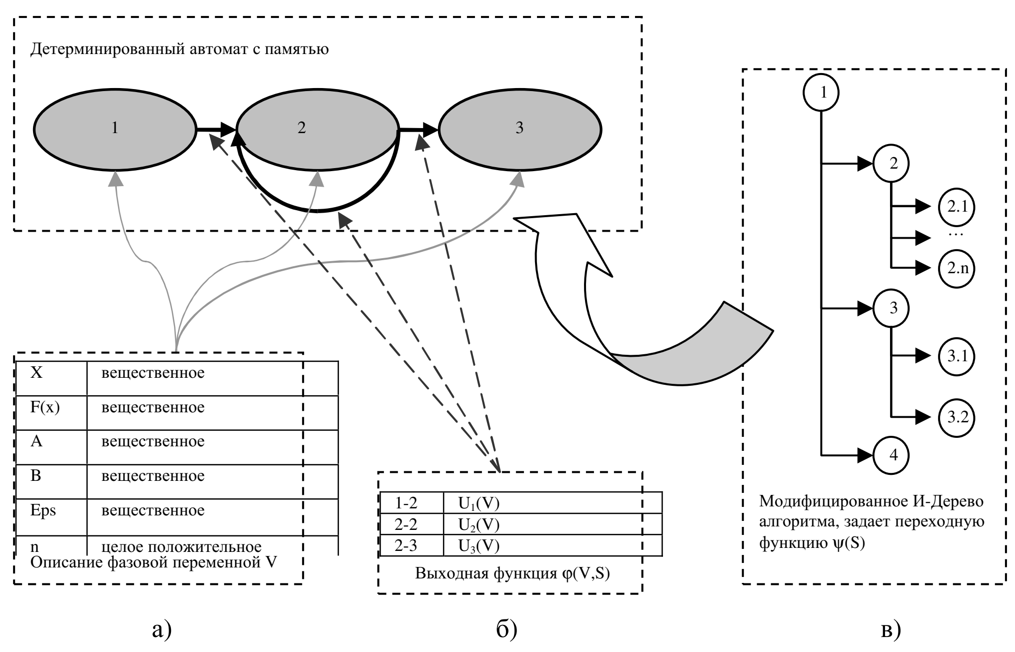
- обучение решению хорошо формализованных задач, алгоритм решения которых содержит незначительное количество шагов (3–12);
- подготовка банка задач, используя режим демонстрации решения с произвольно заданными исходными данными;
- проведение компьютерных контрольных работ в режиме контроля с генерируемым заданием для каждой задачи [2, 3].

Принцип работы интерактивных компьютерных тренажеров прост: дублирование «бумажной» работы пользователя, сличение результатов на определенных методистом шагах («контрольных точках») и соответствующая выбранному режиму работы реакция (подсказка, исправление, оценка и т.д. и их сочетания). Математическая модель так же проста и легко укладывается в теорию детерминированных автоматов. Работа изучаемого математического алгоритма описывается с помощью следующего детерминированного автомата: $M(A, S, B, \varphi, \psi)$, где: A – входной алфавит, элементы которого определяют все возможные значения фазовой переменной алгоритма (фазовая переменная – совокупность данных однозначно определяющих состояние работы алгоритма на его определенном шаге); S – алфавит состояний, определяет состояние алгоритма, соответствующее текущему шагу его выполнения; B – выходной алфавит, идентичный входному; φ – выходная функция, определяет изменения фазового состояния алгоритма в соответствии с логикой его работы, задается таблично; ψ – переходная функция, определяет логику работы алгоритма, задается графом переходов.

Несмотря на относительную простоту модели структура тренажера довольно сложна (рис. 2).

В структуру тренажера входят блоки:

- считывания и интерпретации сценария. Отвечает за подготовку данных для работы тренажера, включая: выбор изучаемого материала, генерацию задания, задание режима контроля, установку опций протоколирования и т.д.
- графического представления работы алгоритма. Отвечает за вывод формул, построение графиков, формирование таблиц и прочих вариантов наглядного представления работы алгоритма.
- ввода данных. Обеспечивает ввод данных пользователем в заданной форме (формулы, таблицы, текстовый ввод, указание мышью и т.д.).
- управления. Интерпретирует введенные пользователем данные согласно сценарию и установкам работы, обеспечивает обратную связь в виде заданной реакции (подсказка, исправление, вывод оценки и т.д.).
- управления фазового состояния алгоритма. По команде из блока управления производит изменение фазового состояния алгоритма. Например, переход от одного шага к другому, коррекцию текущего состояния (введенные пользователем данные укладываются в заданную по-



а) б) в)

Рис. 1. *Формирование модели работы вычислительного алгоритма для тренажеров электронного учебника «Методы оптимизации». Описание фазовой переменной приведено для алгоритма вычисления корня функции методом дихотомии*

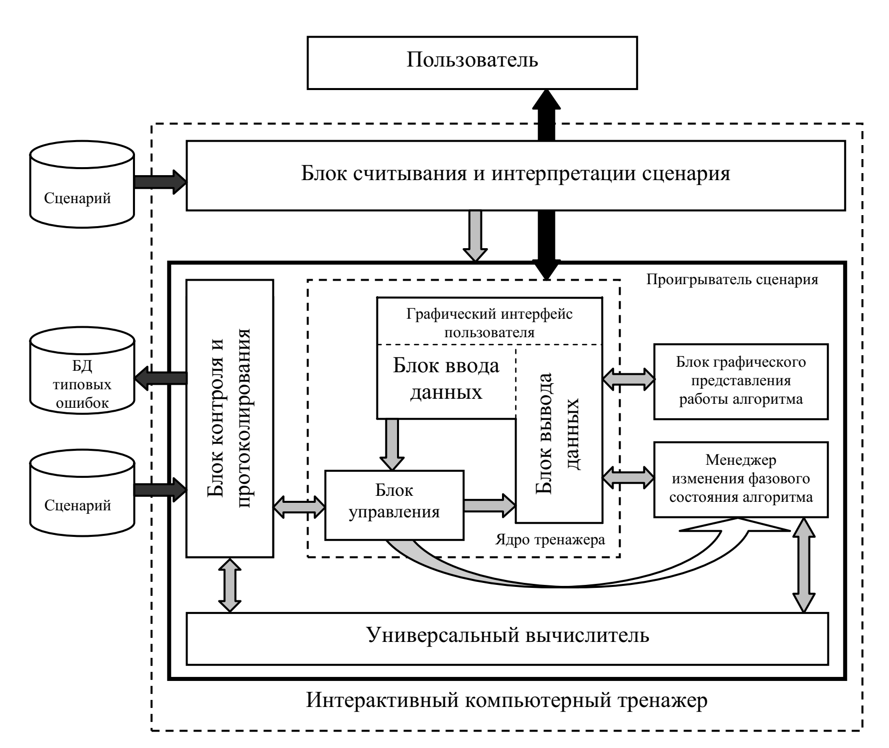


Рис. 2. *Структура интерактивного компьютерного тренажера*

грешность, но для обеспечения устойчивой работы они корректируются до значений, вычисленным компьютером).

- контроля и протоколирования. По команде из блока управления производит сличение данных, введенных пользователем, с собственно вычисленными значениями, протоколирует шаг и извещает блок управления о результате.

Согласно созданной математической модели были созданы комплексы ИКТ с одинаковой структурой для ряда электронных учебников: «Вычислительная математика», «Методы оптимизации», «Высшая математика 2. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения». Последний существенно отличается от предыдущих блоком графического представления работы алгоритма, расширенным вычислительным модулем и мощным блоком интерпретации сценариев, позволившем в девяти исполняемых модулях реализовать около 120 сложных тренажеров.

Особенностью и изюминкой ИКТ по интегральному исчислению и дифференциальным уравнениям является мощный инструментарий для символьного ввода ответов, в данном случае формул. Остановимся на этом подробнее.

Одним из ключевых факторов успешного использования компьютерных технологий в обучении является возможность представлять данные в их естественном виде для каждого рода деятельности. Так композитор, работающий на компьютере, предпочитает видеть ноты, а не символьную их запись или функцию частоты от времени; дизайнер работает с изображением, а не редактирует графические файлы текстовым редактором (что, надо признать, принципиально возможно), инженер, работая с профессиональными пакетами прикладных программ, видит соответственно чертежи, формулы и т.д. Однако, в большинстве интерактивных обучающих программ по математическим дисциплинам, пользователь (отнюдь не программист!) зачастую вынужден вводить ответы в псевдокодированном виде. Сравните две записи:

$$\int_{-3}^{3}(2x^2-\sin^3(\alpha x))dx \text{ и}$$

DEFINT(-3,3,(2*x^2-pow(sin(alpha*x),3))) dx.

Первая введена с помощью формульного редактора MathType, знакомому каждому, кто хотя бы раз работал с программой MS Word для создания документов, содержащих формулы (например, писал отчет по лабораторной или контрольной работе). Экранная клавиатура с интуитивно понятными символьными обозначениями позволяет легко научиться и быстро вводить формулы любой сложности. Вторая запись – типичный пример ввода ответа в символьном виде. Комментарии по части наглядности и удобства ввода и чтения излишни.

Работа с данными в естественном формате применительно к ИКТ по высшей математике включает в себя несколько подзадач:

- отображение формул;
- генерация формул;
- ввод формул;
- анализ формул;
- сравнение формул заданных в аналитическом виде.

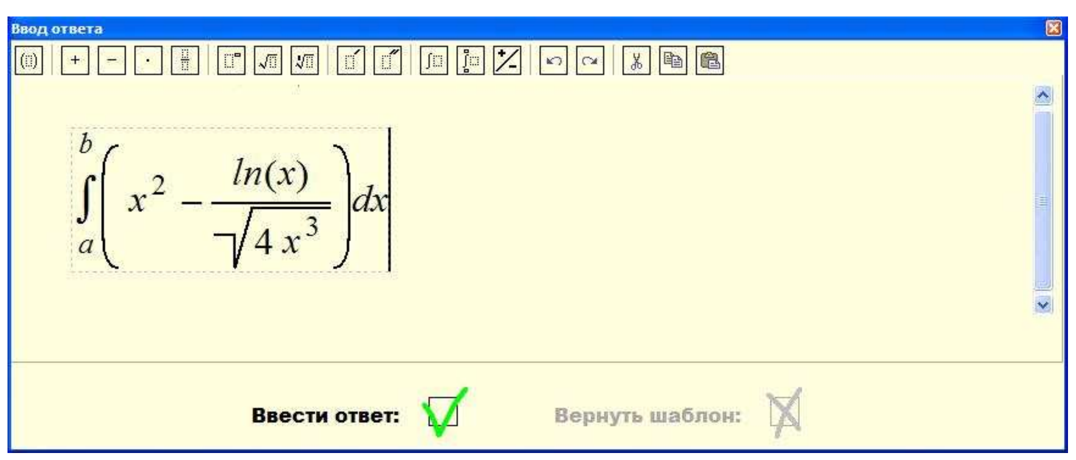


Рис. 3. *Компонента ввода ответа ИКТ по интегральному исчислению и дифференциальным уравнениям. Экранная клавиатура содержит только необходимые функциональные блоки, остальные скрыты*

Для решения первых трех задач можно использовать разные подходы, в том числе и разработку собственных инструментальных средств. Целесообразным видится, однако, адаптация существующего ПО типа MathType или Equation Editor к нуждам ИКТ. В результате анализа существующего программного обеспечения – формульных редакторов была выбрана программа Formulator украинской лаборатории Hermitech. Программа, аналогичная по функциям, интерфейсу и удобству работы MathType, выгодно отличается от аналогов текстовым форматом хранения данных (международный стандарт MathML и MathML 2.0) и наличием функций Automation, существенно облегчающим использование программы как OLE сервера. Компонентная лицензия Formulator 2.0 предусматривает установку Formulator-а на компьютер вместе с учебником; так же в составе лицензионного пакета идет SDK (Software Developer's Kit) – инструментарий разработчика, позволяющий использовать функции Formulator-а через модель COM (Component Object Model), что повышает эффективность разработки в результате использования современных средств проектирования, поддерживающих эту модель.

Статические формулы хранятся не в картинках, а в текстовом «описательном» виде в формате MathML. Это позволяет, во-первых, легко отображать формулы, так как Formulator поддерживает два вида ввода формул, графический интерактивный используется для работы с пользователем, текстовый в формате MathML для нужд отображения и преобразования. Во-вторых, текстовая информация хорошо поддается сжатию, что позволило на порядок уменьшить размер базы данных сценариев тренажеров, в которой основное место занимали картинки – формулы.

Генерация формул, опять же, существенно упрощается благодаря текстовому формату хранения данных Formulator. Таким образом, генерация сводится к строковой подстановке определенных параметров в текстовый шаблон формулы. О генерации заданий и тэговой разметке формул поговорим позднее.

Ввод формул. Благодаря наличию функций управления Automation, у разработчика есть возможность полного управления вводом. Контролю поддаются цвет фона, размер и тип шрифта, масштаб изображения, функции работы с буфером обмена и расширенные функции редактирования «отменить» и «повторить». Эмуляция активации любой панели экранной клавиатуры дает возможность создавать свою экранную клавиатуру (рис. 3), отличающуюся от стандартной не только дизайном, но и качественным составом.

Анализ введенных пользователем формул, опять же возможен благодаря текстовому формату хранения данных Formulator. MathML являясь подмножеством XML как международный стандарт имеет развитые средства преобразования и анализа (парсинга; от англ. **parse** – анализ, разбор).

Полученные в результате анализа данные поступают в вычислитель, где сравниваются с эталонными (вычисленными компьютером). Сравнение аналитически заданных формул очень непростая задача, которая надо признать решена как авторскими коллективами в нашей стране, так и за рубежом (например, известный пакет Mathematica). Однако сложность задачи такова, что ее решение в рамках разработки ИКТ экономически нецелесообразно. Поэтому используется численное сравнение, использованием бесконечности и неопределенности как допустимых вычислительных параметров. Для сравнения двух аналитически заданных формул они сначала разбиваются на структурные элементы (например, подынтегральное выражение и выражение под знаком дифференциала и т.д.) в зависимости от типа тренажера определяемого сценарием, затем для каждой из частей производиться вычисление ее значений на некоторой сетке. Значения попарно сравниваются, и принимается решение о правильности или неправильности введенных данных. Сравнение происходит по мо-

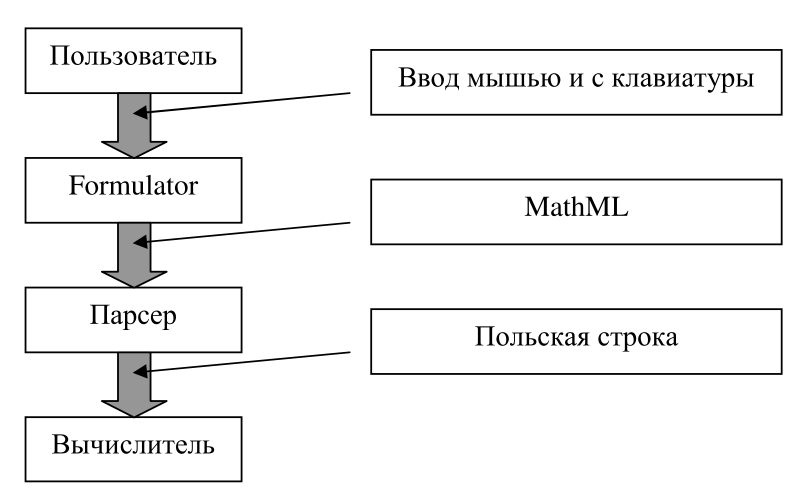


Рис. 4. *Анализ введенных пользователем формул с помощью Formulator*

дулю и с учетом заданной сценарием относительной погрешности (или абсолютной, если верное значение близко к нулю). Сравнение по модулю позволяет обрабатывать ситуации, в которых знак вынесен из одной проверяемой части формулы в другую. Если все вычисленные компоненты формулы по модулю совпадают с расчитанными компьютером, но различаются знаком, производится дополнительный простой анализ на знаки.

Включение в парсер блока предварительной обработки формул позволяет реализовать такие возможности «умного» анализа, как распознавание пропущенного знака умножения между константами и переменной, скобками и в других случаях; возведение в степень тригонометрических функций (в которых, степень указывается чаще всего после имени функции) и прочих условностей математической нотации.

Теперь поговорим о сценариях тренажеров. Это тот краеугольный камень, на котором зиждется автоматизация создания тренажеров и их функционирование [5, 6]. Сценарий содержит все необходимые данные и метаданные для работы тренажера, определяет его тип, выводимые и вводимые данные, шаблоны ответов и генерируемых формул, параметры генерации и, конечно же, сам вычислительный или другой алгоритм согласно которому компьютер будет вычислять эталонные значения ответов пользователя для каждого шага работы. Сценарии ИКТ по интегральному исчислению и дифференциальным уравнениям реализованы в виде базы данных и распределены в четыре таблицы: типы тренажеров, алгоритмы тренажеров, типы генерируемых параметров для каждого тренажера, области допустимых значений для параметров. Интерес представляет последняя таблица, в которой задается область допустимых значений для каждого параметра каждого тренажера. Так же в таблице заданы недопустимые и «специальные» значения (задание, сгенерированное при помощи которых, представляет какой-либо интерес с точки зрения методиста).

Генерация задания производится следующим образом. В соответствии с типом тренажера из базы данных берется шаблон формулы, в котором присутствуют нумерованные тэги – участки, которые должны быть заменены соответствующими параметрами. Значения параметров вычисляются случайным образом двумя способами: учитывая область допустимых значений и недопустимые параметры, или используя специальные значения. Каждый сгенерированный параметр подставляется во все места формулы, соответствующие его номеру, а так же запоминается тренажером для дальнейших вычислений. Такой подход к генерации позволяет бесконечное количество непротиворечивых заданий, и определенное число «интересных», с использованием специальных значений.

Использование сценариев позволило реализовать около 120 тренажеров, использую всего 9 исполняемых модулей, являющихся по существу проигрывателями сценариев. В будущем возможно создание единого модуля-плеера для всех типов сценариев. Так же, как показала практика, создание сценариев тренажеров является основной и самой трудоемкой задачей для методиста после предоставления лекционного материала.

Заканчивая обзор особенностей ИКТ по интегральному исчислению и дифференциальным уравнениям, надо отметить наличие блока протоколирования, которые, автоматически регистрируя все действия пользователя и настройки программы (режим тренажера, задание и его параметры и т.д.), сохраняет данные в зашифрованном виде. Наличие программы, совмещающей функции декодера и просмотра текстовых документов, позволяет использовать ИКТ для тестирования и проведения удаленных контрольных работ.

В заключение приведем краткую характеристику ИКТ по интегральному исчислению и дифференциальным уравнениям для электронного учебника «Высшая математика 2. Интегральное исчислению и дифференциальные уравнения», разра-

ботанному в лаборатории «Мультимедиа» Томского межвузовского центра дистанционного образования в 2005 г. по бумажным аналогам [7–9].

В состав комплекса интерактивных компьютерных тренажеров входят девять исполнительных модулей, реализующих тренажеры по следующим темам:

Тема	Кол-во тренажеров	Пример задания
Неопределенный интеграл. Подведение под знак дифференциала	39	$\int (a+bx^n)^p x^{n-1}dx$
Неопределенный интеграл. Простейшие преобразования подынтегрального выражения	14	$\int \frac{(mx+n)dx}{\sqrt{c^2-(ax+b)^2}}$
Неопределенный интеграл. Интегрирование по частям	16	$\int (ax+b)\mathrm{tg}^2(\alpha x)dx$
Несобственные интегралы первого рода. Сходимость по определению	6	$\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^2-2ax+a^2+b^2}$
Несобственные интегралы второго рода. Сходимость по определению	9	$\int_1^a \frac{dx}{x\sqrt[p]{\ln^k x}}$
Формула Ньютона-Лейбница и интегрирование по частям в определенном интеграле	14	$\int_a^b (cx+d)e^{\alpha x}dx$
Неопределенный интеграл. Тригонометрические подстановки	4	$\int \frac{\cos^3(\alpha x)}{\sin^{2k}(\alpha x)}dx$
Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Однородные линейные системы дифференциальных уравнений	11	$y''-(r_1+r_2)y'+$ $+r_1r_2y=0$
Интегрирование рациональных дробей	6	$\int \frac{(ax+b)}{(x-x_1)(x-x_2)}dx$
Всего:	119	

Все тренажеры обладают унифицированной структурой и мощным инструментарием символьного ввода формул. Реализованы два режима работы: контроль и обучение. Режимы различаются реакцией на неверный ввод данных пользователем. В режиме «обучение» в таком случае выводится сообщение о неправильности ответа, выводится варрант правильной записи ответа в виде формулы, разрешается перейти на следующий шаг даже при неправильно решенном предыдущем. В режиме «контроль» выводится сообщение об ошибке, пользователь остается на том же шаге решения до ввода правильных значений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мицель А.А., Клыков В.В. Проблемы и перспективы информационного обеспечения инженерного открытого образования // Открытое образование. – 2004. – № 1. – С. 56–61.
2. Ельцов А.А., Ельцова Г.А., Магазинников Л.И., Магазинникова А.Л. Итоги эксперимента «Компьютерные контрольные работы» // Современное образование: ресурсы и технологии инновационного развития: Матер. Всеросс. научно-метод. конф. – Россия, Томск, 27–28 января 2005 г. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2005. – С. 212–213.
3. Кручинин В.В., Магазинников Л.И., Морозова Ю.В. Пакет генераторов самостоятельных работ по курсу «Высшая математика» // Современное образование: ресурсы и технологии инновационного развития: Матер. Всеросс. научно-метод. конф. – Россия, Томск, 27–28 января 2005 г. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2005. – С. 128–129.
4. Официальный сайт лаборатории Hermitech: http://www.hermitech.ic.zt.ua/
5. Клыков В.В. Система автоматизированной разработки интерактивных компьютерных тренажеров на базе XML // Дистанционные образовательные технологии. Вып. 1. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2004. – С. 110–127.
6. Мицель А.А., Клыков В.В. Интерактивные компьютерные тренажеры по математическим дисциплинам // Открытое образование. – 2005. – № 2. – С. 22–28.
7. Ельцов А.А., Клыков В.В., Шатлов К.Г., Романенко А.В. Математические тренажеры // Современное образование: ресурсы и технологии инновационного развития: Матер. Всеросс. научно-метод. конф. – Россия, Томск, 27–28 января 2005 г. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2005. – С. 120–122.
8. Ельцов А.А. Высшая математика II. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2002. – 232 с.
9. Ельцов А.А., Ельцова Т.А. Высшая математика II. Практикум по интегральному исчислению и дифференциальным уравнениям. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2005. – 204 с.